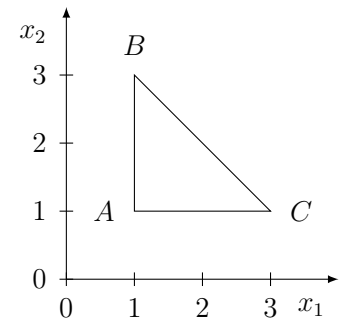


3. Übungsblatt

besprochen vom 11.11. bis 15.11.2024

Aufgabe 1 Netze von Schwellenwertelementen

- Betrachten Sie das in der nebenstehenden Skizze gezeigte Dreiecks mit den Eckpunkten $A = (1, 1)$, $B = (1, 3)$ und $C = (3, 1)$. Geben Sie ein neuronales Netz aus Schwellenwertelementen an, das für Punkte (x_1, x_2) innerhalb des Dreiecks den Wert 1 und für Punkte außerhalb den Wert 0 liefert!
- Es soll innerhalb eines Gebietes der x_1 - x_2 -Ebene, das durch ein Polygon begrenzt, aber *nicht konvex* ist, die Ausgabe 1, und außerhalb die Ausgabe 0 erzeugt werden. Welches Problem kann in diesem Fall im Vergleich zu dem oben betrachteten Dreieck auftreten? Wie kann man dieses Problem lösen?



Aufgabe 2 Schwellenwertelemente: Darstellung Boolescher Funktionen

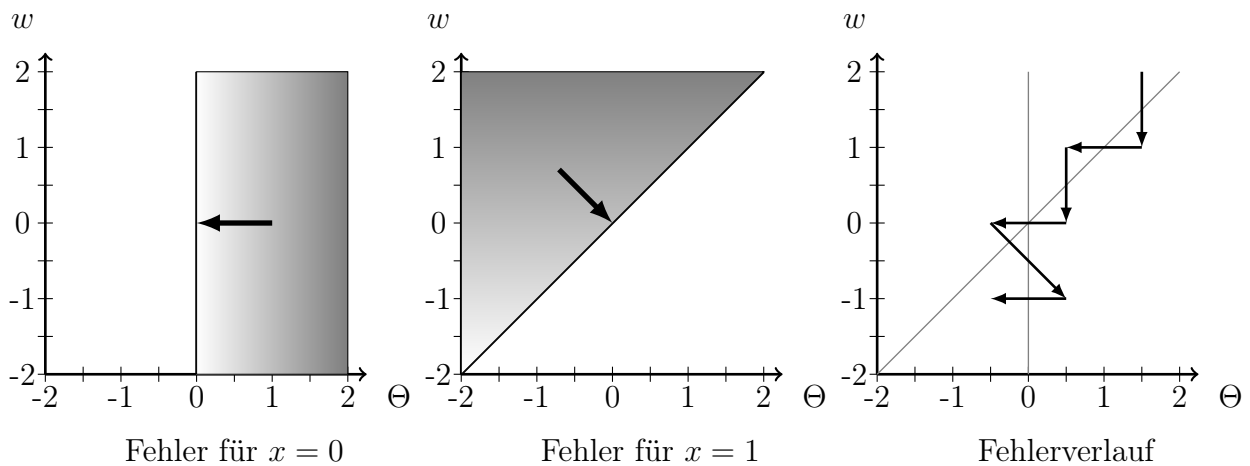
Geben Sie einen Algorithmus an, der zu einer beliebigen gegebenen Booleschen Funktion $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ ein Netz aus Schwellenwertelementen mit höchstens drei Schichten (eine Eingabe-, eine versteckte und eine Ausgabeschicht) liefert, das diese Funktion berechnet. (Hinweis: Das Netz soll konstruiert, nicht durch Beispiele trainiert werden!)

Boolesche Funktionen Funktionen zum Testen des Algorithmus:

$$\begin{aligned} & \neg x_1 \wedge (x_2 \rightarrow \neg x_3) \\ & (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_4) \\ & (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \end{aligned}$$

Aufgabe 3 Trainieren von Schwellenwertelementen

In der Vorlesung wurde die grundlegende Idee des automatischen Trainings von Schwellenwertelementen besprochen. Die folgenden Diagramm zeigen den Lernvorgang eines Schwellenwertelementes für das logische NOT.



- a) Interpretieren Sie die Diagramme! Welche geometrischen Zusammenhänge können Sie erkennen? Was ist auffällig bei dem Verlauf des Lernvorgangs?
- b) Erstellen Sie nun jeweils ein Verlaufsdiagramm entsprechend der rechten Abbildung für Lernen der logischen Negation mit folgenden Initialbedingungen:
- Startwerte $w = 2$ und $\theta = 3$, Lernrate 2.

Vergleichen Sie dabei zwei verschiedene Lernmethoden:

- **Batch Learning:** Aktualisieren Sie die Gewichte erst nach Durchlaufen des gesamten Trainingsdatensatzes (Batch).
 - **Online Learning:** Aktualisieren Sie die Gewichte nach jedem einzelnen Trainingsbeispiel.
- c) Interpretieren Sie die Ergebnisse ihrer Diagramme!

Aufgabe 4 Berechnungsfähigkeiten von Netzen von Schwellenwertelementen

Kann man ein Netz aus Schwellenwertelementen angeben, das für Punkte innerhalb eines Kreises mit Radius 1 um den Ursprung die Ausgabe 1 und außerhalb die Ausgabe 0 liefert?

Wenn ja, skizzieren Sie dieses Netz! Wenn nein, skizzieren Sie die Idee eines Netz aus 7 Neuronen, das eine optimale Näherungslösung liefert!

