5. Übungsblatt

Aufgabe 19 Methode der kleinsten Quadrate/Regression

Bestimmen Sie Ausgleichsgeraden $y = a + bx$ (Regressionsgeraden) für die folgenden beiden Datensätze mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate:

a) $(-2, 0), (0, 1), (1, 3), (2, 5)$

b) $(-1, 3), (1, 2), (2, 0), (4, -2)$

Zeichnen Sie die Datenpunkte und die Ausgleichsgeraden!

Aufgabe 20 Methode der kleinsten Quadrate/Regression

Bestimmen und zeichnen Sie für den Datensatz der Aufgabe 19 a) eine Ausgleichsparabel $y = a + bx + cx^2$!

Aufgabe 21 Methode der kleinsten Quadrate/Regression

Radioaktive Substanzen zerfallen nach dem Gesetz $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, wobei t die Zeit, λ ein subtanzabhängiger Zerfallsparameter, N_0 die zu Beginn und $N(t)$ die zum Zeitpunkt t noch vorhandenen Teilchen der radioaktiven Substanz sind. Mit Hilfe eines Geiger-Müller-Zählers werden bei einer kleinen Probe eines radioaktiven Materials die folgenden Anzahlen n der bis zu den Zeitpunkten t ausgesandten α-Teilchen gemessen:

t (in s)	0	30	60	90	120	150	180	210	240
n	0	306	552	655	768	863	901	919	956

Jedes gezählte α-Teilchen zeigt den Zerfall eines Teilchens der radioaktiven Substanz an. Bestimmen Sie die Halbwertszeit der radioaktiven Substanz!

Vorgehen: Legen Sie durch die Datenpunkte eine Ausgleichskurve $n = n_0(1 - e^{a+bt})$!

(Hinweis: Sie müssen dazu eine Transformation finden, durch die das Problem auf die Bestimmung einer Ausgleichsgeraden zurückgeführt wird; $n_0 = 1000$.) Obwohl man so einen Wert für a erhält, der von 0 verschieden ist, wird man $-b$ als Näherungswert für den Zerfallsparameter λ ansehen dürfen, aus dem man die Halbwertszeit leicht berechnen kann.

Bitte die zweite Seite beachten!

Aufgabe 22 Logistische Regression

Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl der amerikanischen ballistischen Interkontinentalraketen (intercontinental ballistic missiles, ICBMs) in den sechziger Jahren:

Jahr, x	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
Anzahl, y	18	63	294	424	834	854	904	1054	1054	1054

Finden Sie eine Ausgleichskurve mit Hilfe logistischer Regression ($Y = 1060$)! Zeichnen Sie die Originaldaten und skizzieren Sie die Kurve $y = \frac{1060}{1+e^{a+bx}}$!